

Poznámky o didaktice matematiky

131

František Kuřina

Univerzita Hradec Králové, Přírodovědecká fakulta

V článku *Kořeny didaktiky matematiky jako vědecké disciplíny u nás* píše Nad'a Stehlíková a Marie Tichá: „Kabinet pro modernizaci vyučování matematice vznikl jako oddělení Matematického ústavu ČSAV s malým počtem interních pracovníků a početným okruhem externích spolupracovníků – vysokoškolských učitelů a učitelů experimentálních škol a gymnázií. K nejvýraznějším patřili K. Hruša, J. Vyšín, J. Šedivý, J. Kittler, F. Kuřina či M. Koman.“ (Stehlíková & Tichá, 2011, s. 24)

Nevím, jakým právem jsem se ocitl mezi otci zakladateli české didaktiky matematiky dvacátého století, faktem však zůstává, že po nedávném odchodu Milana Komana jsem mezi jmenovanými jediný dosud naživu. Tato skutečnost na mne těžce dolehla a cítím, že na výzvu časopisu *Orbis scholae* k reflexi o naší didaktice nemohu s dobrým svědomím odpovědět záporně.

Pokusím se ovšem pouze o subjektivní výpověď charakterizovanou slovy „jak já to vidím?“, a budu-li psát o naší didaktice matematiky a lidech, kteří ji utvářeli, bude to spíše výpověď o mně než o těchto tvůrcích. Bude to tedy pohled zaujatý, opřený o dojmy a vzpomínky, pohled, který téměř nikde nebude moci doložit fakty a argumenty. Bude to ovšem výpověď dobře míněná, a jestliže budu někde formulovat kritické názory, bude to jen proto, abych podle svého současného nazírání přispěl k vytváření obrazu o vyučování matematice u nás.

Setkání

Matematické vzdělávání u nás bezesporu ovlivnili minimálně dva významní matematici, akademici a profesori Karlovy univerzity: *Bohumil Bydžovský* (1880–1969) a *Eduard Čech* (1893–1960). Oba jsem měl příležitost poznat jako student učitelství matematiky a deskriptivní geometrie na Matematicko-fyzikální fakultě Karlovy univerzity v Praze v letech 1951–1955. Poslouchal jsem Bydžovského přednášky z diferenciální geometrie, navštěvoval jsem jeho seminář o Cremonových transformacích, Bydžovský byl vedoucím mé diplomové práce z diferenciální geometrie. Čech nám přednášel analytickou geometrii. Stěží hledám ve vzpomínkách na své učitele osobnosti tak rozdílné povahově, společenskými postoji, zaměřením vědecké práce, stylem vyučování i stylem vědecké díkce. Profesor Bydžovský se ve svých 75 letech

132 úzkostlivě i po stránce přednesu připravoval na vyučování, akademik Čech tvořil matematiku u tabule.

V roce 1968 řekl Bydžovský: „Eduard Čech měl vliv, ne v každém směru dobrý, na pedagogickou stránku matematiky. Snaha o přílišné zvědčtění matematiky na středních školách vycházela od něho, ale jeho žáci to nadsadili.“ (Folta, 2002, s. 40) Když se po roce 1945 opět vytýkalo středoškolským učebnicím matematiky „málo vědeckosti“, zdůrazňuje Bydžovský: „Ty snahy nejsou rozumné. U středoškolské matematiky je důležitá psychologická stránka – ne ta logická.“ (Folta, 2002, s. 41) Tento svár mezi psychologii a logikou snad vystihuje skutečnost, že matematické vzdělávání není na úrovni středoškolské (tím méně pak na úrovni základní) školy otázkou transmise části „matematické vědy“ do vědomí mladé generace. To dokládá i pohled na utváření didaktiky matematiky, jak o něm píšou Stehlíková a Tichá v článku z roku 2011 a Tichá v článku v tomto časopise (Tichá, 2013).

Čtyři „výrazné“ pracovníky Kabinetu (Hrušu, Vyšina, Šedivého a Kittlera) jsem poznal nejen ze spolupráce na tomto pracovišti, ale i z profesních styků: všichni jsme učili na fakultách vzdělávajících učitele, Komana jsem poznal jako spolužáka z matfyzu.

Jsem přesvědčen, že didaktické zaměření každého z nás vyplývá i z charakteru našich vztahů k matematice a z naší matematické „produkce“. Toto niterné sepětí s částí matematické vědy je neodmyslitelnou složkou nejen našich životopisů, ale hlavně našeho myšlenkového světa. Z tohoto jádra našich osobností roste (ovlivněno více nebo méně studiem pedagogické, didaktické a filozofické literatury a našimi pedagogickými zkušenostmi) naše nazírání didaktické. Tak jako Bydžovský píše „vysokoškolský profesor by měl projít učením na střední škole,“ (Folta, 2002, s. 41), dodávám já: „didaktik matematiky by měl vyprodukovat i nějakou matematiku, aspoň na úrovni učebnice.“ Univerzitní učitelé vzdělávající budoucí učitele by měli středoškolské učebnice matematiky dobře poznat, především proto, aby viděli, co se na střední škole učí, v jakém pojetí a jakým jazykem se studenti s matematikou seznamují. Budou-li se ve svých přednáškách příležitostně ke středoškolské matematice kvalifikovaně vyjadřovat, studenti tento jejich zájem „o praxi“ určitě kladně ocení.

Jak chápat didaktiku

Na didaktiku matematiky se můžeme dívat jako na vědeckou disciplínu, můžeme však mít i pohled širší, kdy do didaktiky zahrneme i její „předvědecké“ kořeny, můžeme se dokonce dívat na didaktiku jako na „tvorbu školy“, jak jsem o tom psal (Kuřina, 2005). Chápeme-li pojem didaktika v naznačeném širším smyslu, nemůžeme se omezit jen na Kabinet a Pedagogickou fakultu UK, ale musíme si všimnout i jevů, které výrazně ovlivnily v minulosti vyučování matematice u nás. Například reformy z roku 1967 nebo didaktické školy Milana Hejného v Bratislavě. V tomto směru nemožno ovšem svůj výklad realizovat: chci pouze upozornit na souvislosti.

Po letech jsem si znovu vypůjčil knihu B. Bydžovského *Naše středoškolská reforma*, tentokrát z naší univerzitní knihovny. S překvapením jsem zjistil, že mám po 75 letech tu čest brožovaný výtisk rozřezat. Ačkoli kniha prošla několika knihovnamí, nikdo tento výtisk, jeden ze dvou, které jsou v Hradci Králové k dispozici, neotevřel. Přitom je to kniha dnes nejen vzácná, ale i moudrá. Doložme to dvěma myšlenkami.

„Má-li se reforma naší střední školy, započatá v r. 1930, vřadit stručným heslem do dějin našeho školství, stane se to nejvýstižněji, řekneme-li, že je výsledkem snahy, aby obnovený stát měl také obnovené školství, zařízené v duchu jeho ústavy a podle jeho potřeb. Nová úprava střední školy je kusem velikého díla, dosud nedokončeného – budování státu, jehož základy byly položeny říjnovým převratem.“ (Bydžovský, 1937, s. 13). Na závěr knihy vyslovuje autor „požadavek, který ostatně platí pro všechny instituce v demokracii: aby totiž budoucně reforma školy byla, jak bych řekl, spojitá, aby se nedála za prudkých otřesů, nýbrž nenáhle a organicky. K tomu je nezbytně třeba, aby se reformního snažení účastnili co nejvíce učitelé sami, aby konali hojně pedagogických pokusů, a tak připravovali drobné kroky, jimiž by škola vytrvale kráčela ke svému zdokonalování.“ (Bydžovský, 1937, s. 314)

Který z dnešních politiků vidí školu jako složku budování státu? Jakými otřesy procházela naše škola v poválečných reformách? Prožívali jsme vývoj, který byl pravým opakem postupu, po kterém moudře volal profesor Bydžovský. Z jeho slov jsme si bohužel poučení vůbec nevzali.

Didaktika matematiky a Kabinet

Jako čerstvý absolvent Matematicko-fyzikální fakulty UK jsem žil v přesvědčení, že matematika je jediná opravdová věda a její nejpřijatelnější formou je forma axiomatická. Základy matematiky jsou množiny, relace a logika. Učit matematiku znamená zprostředkovat logicky uspořádané poznatky studentům – formou dobře připraveného výkladu. Je na studentech, aby se látku naučili. V průběhu pěti let mého působení na středních školách v Českém Krumlově a Dobrušce jsem poznal, že výklad učitele je sice důležitý, ale není patrně nejdůležitější stránkou vzdělávacího procesu, že poznatky by sice měly být logicky utříděné, ale matematický důkaz málokterého studenta přesvědčí, a logicky skloubený výklad sotva běžného studenta zaujme. Ze vzrůstajícího zájmu o problematiku vzdělávání vykristalizovalo mé rozhodnutí získat místo na tehdejší Pedagogickém institutu v Hradci Králové a začít se zajímat o vyučování profesionálně. Tento zájem mě přivedl do kontaktů s Katedrou matematiky Pedagogické fakulty UK, pracovníky Katedry didaktiky matematiky Matematicko-fyzikální fakulty UK, pracovníky Jednoty čs. matematiků a fyziků a Matematického ústavu ČSAV.

Zájem o geometrii a řešení úloh mě přivedl do kontaktů s *Janem Vyšínem* (1908–1983), u něhož jsem se začal připravovat na aspiranturu v teorii vyučování matematice (jak se tehdy říkalo). Docent Vyšín působil řadu let na pražské pedagogické i matematicko-fyzikální fakultě a v Kabinetu. Jeho snad nejvýznamnější práce

134 tohoto období jsou dva svazky o elementární geometrii z roku 1952. Ačkoliv Vyšín znal obě základní práce z tohoto oboru, jak práci *Hilbertovu*, tak práci *Hadamardovu* z konce 19. století, kloní se jeho pojetí spíše k Hilbertovi, což je podle mého názoru škoda. Podrobnější rozbor této problematiky je v článku *Hilbert nebo Hadamard* (Kuřina, 2012). Vyšínova orientace na studium základů geometrie ovlivnila první období jeho hlubší práce didaktické. Je zaměřena na studium axiomatiky. Z Vyšínova podnětu byla přeložena Dubikajtisova axiomatika metrické geometrie i Steinerova matematizace hlasovacích koalicí. Typickou publikací s touto tematikou je Vyšínův text pro studenty gymnázia z roku 1978.

V šedesátých letech žil Kabinet „množinovým opojením“, jehož výrazem je např. Šedivého (1969) kniha o modernizaci. Charakteristickými produkty tohoto období jsou četné „množinové“ učební texty. Vůdčími osobnostmi této etapy byli prof. Hruša a doc. J. Vyšín. Na práci Kabinetu se ovšem autorsky i koncepčně podíleli doc. J. Kittler a dr. M. Koman. Je pozoruhodným paradoxem našeho vývoje, že v roce 1976, kdy byla realizována – snad mohu říci – „dogmatická“ množinová reforma vedená Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze, byla již šest let známa práce významného francouzského matematika René Thoma o „moderní matematice jako omylu pedagogickém a filozofickém.“ Nebyli jsme sami, kdo jsme se mýlili. Krakovská škola didaktiky matematiky vedená prof. Z. Krygowskou byla rovněž orientována na axiomatiku a množinové pojetí matematiky. Naši přední vědečtí pracovníci v matematice vypracovali kritické *Vyjádření k metodě vyučování matematice v 1. až 4. ročníku ZŠ* až v roce 1981.

V poznámkách o didaktice matematiky se nemohu nezmínit o učebnicích, které byly v tomto oboru u nás vydány. Pominu ty, které „nejsou vázány na určitý stupeň a typ školy a na dané téma učiva, ale mají všeobecný charakter“ (Mikulčák, 1982, s. 4). Tyto práce zdůrazňují, že didaktika (pedagogika matematiky, teorie vyučování matematice) je věda a má výrazný ideologický charakter. Je to již zmíněná práce Mikulčáková, slovenská učebnice Gábora, Kopaneva a Križalkoviče z roku 1989 a některé další.

Konkrétní didaktice je věnována práce Hruši a Vyšína (1964) a práce autorského kolektivu vedeného Milanem Hejným (1989). Vzdálenost těchto titulů v čase je čtvrt století, srovnávat tyto knihy (rozdílné i rozsahem, česká kniha má 226 stránek, slovenská 554 stran) nemá smysl. Přesto každá z nich vypovídá něco o didaktice pěstované v Kabinetu a rozvíjené v Bratislavě. První z nich budu citovat heslem *Metodika*, druhou pak familiérním *Žlutá kniha*.

V předmluvě *Metodiky* se praví: „Snad v žádném jiném vyučovacím předmětu se nesetkáme s tolika zbytky staré, dlouholetým vývojem již dávno překonané, tradice, jako právě v matematice. Příčiny toho je třeba hledat zčásti v jistém konzervatismu, zčásti v nedostatečné odborné připravenosti učitelských kádrů a zčásti snad i v obavách před nepochopením široké veřejnosti. Vývoj moderní techniky i pronikání matematického myšlení téměř do všech oborů lidské činnosti bude zcela určitě mít za následek, že se požadavky, které klademe na vyučování matematice, budou v dohledné době pronikavě zvyšovat. Je proto sotva myslitelné, aby vyučování

matematice setrvalo stále na tom stupni, na němž bylo již před mnoha lety.“ (s. 5).

Matematika proniká bezesporu do všech vědních oborů, o tom, zda matematické myšlení proniká do téměř všech oborů lidské činnosti, však pochybuji. Dovolím si při této příležitosti uvést jeden zcela aktuální příklad. V prosinci 2012, před první přímou volbou prezidenta, hájil zcela nesprávně stanovený postup založený na úvaze o procentech na úrovni základní školy šéf správního odboru ministerstva vnitra slovy: „Ten vzorec jsme nevymysleli dnes, nikdo nikdy neřikal, že je to špatně.“ Tak se brání žák deváté třídy, který nerozumí matematice. A u nás bude o správnosti postupu rozhodovat Nejvyšší správní soud! Takovouto absurditu bychom si stěželi mohli vymyslet. Podrobněji se můžeme poučit o těchto souvislostech z denního tisku z tohoto období (např. Syrovátka, 2012).

Těžko lze posoudit, zda máme dnes vyšší požadavky na vyučování matematice než před půl stoletím, mohu však doložit dosud nepublikovanou studii *Naše pedagogická realita* (Kuřina) velmi nízkou úroveň matematických znalostí části absolventů našich středních škol.

Metodiku i Žlutou knihu vytvářely široké autorské kolektivy (u první to bylo patnáct zkušených didaktiků, slovenský autorský kolektiv měl deset členů). Tito autoři jistě uplatňovali své dlouholeté zkušenosti z práce se studenty, nicméně slovenskému kolektivu se podařilo, na rozdíl od autorů Metodiky, aby učebnice byla autentická, reálná, adresná a podnětná (Hejný, 1989, s. 15). Dosahují toho četnými příklady ze školní praxe a úlohami pro čtenáře. Měl jsem příležitost práci autorského kolektivu Žluté knihy poznat. Kniha se rodila z hodnocení experimentů na školách a diskuzí na seminářích. Duchem tvořivé aktivity byla ovšem už od počátku sedmdesátých let prodchnuta i práce Kabinetu. Kromě psaní a používání experimentálních textů se uskutečňovaly semináře, psaly se metodické listy a s učiteli experimentálních škol se soustavně pracovalo.

Jan Vyšín, vedený patrně svou láskou k řešení úloh, což se projevovalo i jeho prací pro matematickou olympiádu a dosud nedocenenými publikacemi o metaolympiádě, orientoval práci Kabinetu k zájmu o to, jak se žáci učí, jak řeší úlohy a jak mohou matematiku aplikovat. Pro tuto snahu našel nadšené pokračovatele v Milanu Komarovovi a Marii Tiché. Jaroslav Šedivý byl patrně první, kdo přispíval ke spojení naší didaktiky se světem, bohužel umřel v roce 1988. Mezinárodní spolupráci rozvíjí dnes úspěšně Marie Tichá, vedoucí Kabinetu.

Závěry

Čeho si já, na konci své profesní dráhy, na práci Kabinetu vážím?

1. Skutečnosti, že se didaktici svázání s Kabinetem dokázali odpoutat od strukturalistického pohledu na matematiku. Nejde jim o zprostředkování části matematické reality dětem, ale o chápání matematiky jako nástroje poznávání světa, podstatným rysem školní matematiky je její aplikabilita. Výrazem tohoto pojetí bylo

- vypracování řady praktik (Praktikum algebraické techniky, Geometrické praktikum apod.) a zařazování aplikačních úloh do učebnic.
2. Snahy rozlišovat ve vyučování tu část učiva, kterou by měl ovládnout každý žák (matematická gramotnost), a úsilí vést nadané žáky k samostatnému řešení problémů.
 3. Kabinetní matematika nezanedbávala geometrickou složku matematiky. Věnovala se dostatečná péče rozvíjení geometrického jazyka a vypracovala se tzv. didaktická struktura geometrie (Kuřina, 1995).
 4. Věnuje se pozornost i psychologickým a společenským stránkám vyučování matematice.
 5. Rozvíjí se spolupráce s mladšími pracovníky v didaktice matematiky (Jana Cachová apod.) a s oborovou radou didaktiky matematiky na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze.
 6. V průběhu let se rozvíjela práce s učiteli ze škol – k naplnění Bydžovského hesla o konání pedagogických experimentů a spojitým zlepšování práce školy.

Literatura

- Bydžovský, B. (1937). *Naše středoškolská reforma*. Praha: Profesorské nakladatelství.
- Folta, J. (2002). Poslední rozhovor s prof. Bohumilem Bydžovským. In I. Netuka & M. Stiborová (Eds.), *Univerzita Karlova v Praze. Matematicko-fyzikální fakulta. Jubilejní almanach* (s. 37–41). Praha: Matfyzpress.
- Gábor, O., Kopanev, O., & Križalkovič, K. (1989). *Teória vyučovania matematiky I*. Bratislava: SPN.
- Hadamard, J. (2009). *Lessons in Geometry*. Providence: AMS.
- Hejný, M., et al. (1989). *Teória vyučovania matematiky II*. Bratislava: SPN.
- Hilbert, D. (1899). *Grundlagen der Geometrie*. Göttingen.
- Hruša, K., & Vyšín, J. (1964). *Vybrané kapitoly z metodiky vyučování matematice na základní devítileté škole*. Praha: SPN.
- Kuřina, F. (1995). Didactical Structure of Geometry. In *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. University of Catania.
- Kuřina, F. (2005). Co je to vlastně didaktika? *Pedagogika*, 55(3), 264–267.
- Kuřina, F. (2012). Hilbert nebo Hadamard. *Pokroky matematiky, fyziky, astronomie*, 57(3), 239–253.
- Kuřina, F. (2013, v tisku). *Naše pedagogická realita*.
- Mikulčák, J. (1982). *Didaktika matematiky I*. Praha: SPN.
- Stehlíková, N. & Tichá, M. (2011). Didaktika matematiky a její proměny. *Pedagogická orientace*, 21(2), 156–170.
- Syrovátka, T. (2012). Matematika úřadu skončí před soudem. *Lidové noviny*, 17. 12. 2012.
- Šedivý, J. (1969). *O modernizaci školské matematiky*. Praha: SPN.
- Tichá, M. (2013). *Modernizace vyučování matematice v letech 1965–1985. Ohlédnutí za prací Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice MÚ ČSAV. Orbis scholae*, 7(1).
- Vyšín, J. (1952). *Elementární geometrie I*. Praha: Přírodovědecké nakladatelství.
- Vyšín, J. (1952). *Elementární geometrie III*. Praha: Přírodovědecké nakladatelství.
- Vyšín, J. (1978). *Axiomatická výstavba matematických teorií*. Praha: SPN.