

Návrh exaktního modelu plánování a řízení se zpětnou vazbou

Проект точной модели планирования и управления с обратной связью

Ein Vorschlag eines exakten Planungs- und Leitungsmodelles
mit der Rückbindung

J. MORÁVEK A V. VRECIÓN

V příspěvku předkládáme návrh exaktního modelu optimálního plánování a řízení určité třídy společenských a ekonomickospolečenských procesů. Snažíme se jím přesněji než je provedeno v nám známé literatuře zobecnit a formulovat základní rysy některých procesů plánování, správy a řízení. Model je aplikovatelný na rozsáhlou a různorodou skupinu řídicích a plánovacích činností realizovaných orgány socialistického státu. Racionálně modeluje takové řídicí a plánovací procesy (např. sestavení ročního plánu výrobního ministerstva apod.) realizované politickými, správními a ekonomickými orgány (zejména ekonomickými orgány na vyšších úrovních), které:

1. je možno rozčlenit na určitým způsobem navazující dílčí úseky procesu resp. jeho realizace, které nazveme dílčími činnostmi realizace procesu. Proces je pak určitým návazným systémem relativně detailních činností, které realizují určité orgány nebo jednotlivci (— budeme je nazývat elementy realizující činnost),

2. matematicky popíšeme např. pomocí orientovaného grafu. Zobecníme zde některé myšlenky metod kritické cesty, CPM, PERT, rozhodovacích procesů dynamického programování apod. Verbálně řečeno orientovaným grafem rozumíme množinu elementů (uzlů) spojených vztahy informování a vztahy následnosti dílčích úkonů elementů při realizaci složitého procesu,

3. je třeba realizovat tak, aby trvaly co nejkratší dobu. Model formuluje kritéria pro časově optimální plán procesů realizovaných orgány s omezenými zdroji (časovými, pracovními, finančními) tak, že dovoluje na základě zkušenosti z dřívějších průběhů procesů, resp. apriorně, požadovat přesný optimální časový režim každého elementu účastnícího se procesu.

Model je určen pro takovou třídu procesů, kde platí: zkrátí-li element

trvání své dílčí činnosti, bude to znamenat buď lepší podmínky pro realizaci ostatních částí procesu, nebo zkrácení dílčí činnosti nebude mít vliv na ostatní činnosti procesu, ale v žádném případě nebude zkrácení trvání dílčích činností zhoršovat časovou kvalitu celého procesu,

4. jsou dostatečně složité. Složitostí rozumíme, že se proces dělí na větší počet dílčích činností navazujících na sebe a že se na realizaci procesu podílí více elementů. Jeden element (např. vedení VHJ, odbor ministerstva, NV) se ovšem na realizaci určitého procesu může podílet různými dílčími úkony, které jsou v následnosti a časovém harmonogramu dílčích činností umístěny na různých místech.

Exaktní formulace předpokládá, že k elementům, tj. jednotlivcům a jednotlivým orgánům, jsou přiřazeny explicitní funkce, popisující závislost časového průběhu plnění dílčího úkonu a elementu A na plnění (vyjádřeném časem) dílčích úkonů těch elementů, realizace jejichž úkonů je podmínkou realizace úkonu a . Tyto funkce mohou být různého tvaru, mohou být lineární, kvadratické, funkce Max, Min atd. Sestavíme je podle zkušeností s trváním určitých následných dílčích úkonů. Funkce určují závislost reprezentativních okamžiků (např. začátku, konce, středu apod.) realizace dílčího úkonu na reprezentativních okamžicích těch dílčích úkonů, na jejichž realizaci je realizace úkonu závislá.

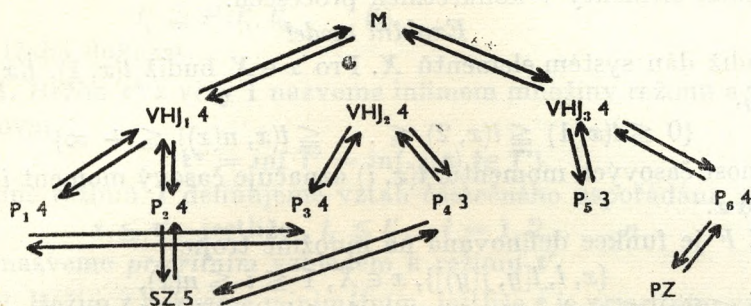
Model formuluje hlavní předpoklady plánu realizace procesu, v němž elementy realizují své dílčí úkony v optimálních časových okamžicích, vymezených časovou vzdáleností od počátku realizace celého procesu (časovými okamžiky mohou být: začátek realizace dílčí činnosti, konec realizace dílčí činnosti, jistý střed realizace atd.) Celý proces proběhne v nejkratším možném čase a s nejlepší organizací podle času.

Typickým procesem (čtenář si po seznámení s modelem jistě vybaví další) na něž lze efektivně aplikovat uvedený matematický popis, je organizace přípravy pětiletých, ročních aj. plánů ministerstva (zejména výrobními), VHJ, podniky, závody, podniky zahraničního obchodu, výzkumnými pracovišti atd. Na schematu ukážeme základní principy matematického popisu. Zdůrazňujeme, že schéma je velmi zjednodušeno. Praktické použití matematického modelu by bylo významné při rozpracování procesu až na úroveň závodů a všech ostatních orgánů, které významným způsobem figurují při formulaci pětiletých, ročních aj. plánů. Element M — ministerstvo, VHJ_j — vedení výrobně hospodářské jednotky, P_i — podniky, PZO — podniky zahraničního obchodu, SZ — organizace produkující potřebné suroviny.

Orientované čáry (hrany) znázorňují závislost: elementy, k nimž hrana směřuje mohou začít realizovat svou i -tou dílčí činnost při sestavování ročního aj. plánu až po realizaci dílčích úkonů elementů, odkud čára vede.

Čísla (1, 2, 3, ..., i) u elementů udávají počet, kolikrát element realizuje dílčí úkony (které může resp. má provádět) v procesu sestavování plánu.

K 1, 2, 3, ..., i -tému úkonu elementu jsou pak stanoveny explicitně funkce F , popisující závislost průběhu plnění úkonu v čase na časově ohodnoceném plnění úkonů předchozích elementů.



1, 2, 3, ..., i -tá čísla u elementů jsou u uvedeného schematu dána známou praxí několikrát se opakujícího upřesňování návrhu plánu. Funkce F ve schematu může mít např. tvar (který v jiných případech bude mnohem složitější, např. u sezónních, limitovaných procesů.)

$$F\{P_4, 2, t[y, j(y)]\} = \max [t(VHJ_2, 1), t(SZ, 2), z(P_4, 1) + 1]$$

F — symbol pro funkci, P_4 — element = podnik, $P_4, 2$ — číslo po kolikáté P_4 provádí dílčí činnost v plánování, max — maximum, t — reprezentativní časový moment, podobně u VHJ .

V dalším budeme tedy explicitně vyjádřené vztahy zapisovat ve tvaru

$$t(x, i) \geq F\{x, i, t[y, j(y)]\}$$

$$[y \in X, 1 \leq j(y) \leq k(y) \text{ pro } y \neq x, j(y) \leq u - 1, \text{ pro } y = x] \quad (*)$$

$t(x, i)$ znamená jistý reprezentativní časový moment, z něhož lze jednoznačně určit, kdy x -tý element provádí nějakou činnost (úkon) po i -té (přesněji kdy po i -té se nějakou činností účastní realizace celého procesu. Je evidentní, že jednotlivá činnost elementu x se nemusí i -krát po sobě opakovat, jestliže element x provádí v procesu více různých dílčích činností.

$t(x, i)$ může být např. zahájení, konec činnosti apod. Číslo $t(x, i)$ udávající fakticky nejdříve možný čas provádění činnosti elementem x po i -té, závisí podle vztahu (*) na reprezentativních momentech některých jiných elementů, z nichž x přijímá v daném čase informace, pokyny, příkazy apod.

V následující části předkládáme formální popis modelu. Model je podle našeho názoru jednoduchý a přehledný, ale zachycuje koncepční myšlenky. Detailní řešení by vyžadovalo podrobnější experimentální údaje o průběhu reálných procesů. Na jejich základě by bylo možné vypracovat přesnou

klasifikaci uvažované třídy společenských procesů a navrhnout numerické postupy pro nalézání optimálních časových režimů.

Koncepci v této formě předkládáme také proto, aby specialisté z různých oborů řídicí činnosti mohli v případné diskusi navrhnout i podrobná analytická vyjádření uvažovaných funkčních závislostí i závislostí mezi konkrétními elementy v konkrétních procesech.

Exaktní model

1° Budiž dán systém elementů X . Pro $x \in X$ budiž $t(x, 1), t(x, 2), \dots, t(x, n(x))$,

$$\{0 \leq t(x, 1) \leq t(x, 2) \leq \dots \leq t(x, n(x)) \leq +\infty\}$$

posloupnost časových momentů. $t(x, i)$ označuje časový moment i -té práce elementu x .

Nechť F je funkce definovaná na množině trojic

$\{x, i, t[y, j(y)]\}, x \in X, 1 \leq i \leq n(x),$
 $y \in X, 1 \leq j(y) \leq n(y)$ pro $y \neq x, 1 \leq j(x) \leq i - 1,$ (1)
 neklesající vzhledem k argumentům $t[y, j(y)]$. Její obecnou hodnotu budeme označovatí stručně symbolem $F\{x, i, t(y, j(y))\}$. Přitom předpokládáme, že funkce F splňuje nerovnosti

$$F\{x, i, t(y, j(y))\} \geq t(x, i - 1)$$

Funkci F nazveme procesem (časovým procesem se zpětnou vazbou). Množinu $\{t(x, i) \mid x \in X, 1 \leq i \leq n(x)\}$ nazveme časovým režimem procesu, jestliže je splněna soustava nerovností

$$t(x, i) \geq F\{x, i, t(y, j(y))\} \quad (2)$$

Označme si uvažovaný režim pro stručnost vyjadřování symbolem $\mathbf{t}$ tj.

$$\mathbf{t} = \{t(x, i) \mid x \in X, 1 \leq i \leq n(x)\}.$$

2° Zaujmeme obecnější stanovisko.

Systém nerovností (2) má obecně tvar

$$t_1 \geq F_1(t_1, t_2, \dots, t_n) \quad (3)$$

$$t_n \geq F_n(t_1, t_2, \dots, t_n)$$

(proměnné t_i mohou nabývat hodnot $-\infty \leq t_i \leq +\infty$), při čemž funkce F_i je nerostoucí funkcí každého ze svých argumentů. Množinu řešení nerovností (3) označme $\mathbf{T}$. Vektor $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ nazveme časovým režimem procesu definovaného systémem nerovností (3).

Nechť $\mathbf{T}', \mathbf{T}'' \subset \mathbf{T}$ je nějaká neprázdná podmnožina režimů. Označme

$$t_i^* = \inf \{t_i \mid \mathbf{t} = (t_1, \dots, t_n) \in \mathbf{T}'\}$$

Tvrzení I.

Čísla t_i^* definují režim $\mathbf{t}^* = (t_1^*, \dots, t_n^*)$ procesu (3).

Důkaz:

Nechť

$$\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_n) \in \mathbf{T}'$$

Potom

$$t_i \geq F_i(t_1, \dots, t_n) \geq F_i(t_1^*, t_2^*, \dots, t_n^*)$$

a tedy

$$t_i^* \geq F_i(t_1^*, t_2^*, \dots, t_n^*)$$

což bylo třeba dokázat.

Definice 1. Režim $\mathbf{t}^*$ z věty 1 nazveme infimem množiny režimů a budeme jej označovat

$$\mathbf{t}^* = \inf \mathbf{T}' = \inf \{(\mathbf{t}) \mid \mathbf{t} \in \mathbf{T}'\}$$

Na množině režimů $\mathbf{T}$ definujeme vztah částečného uspořádání $\leq$.

$$\mathbf{t} \leq \mathbf{t}' \text{ jestliže } t_i \leq t'_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Režim $\mathbf{t}$ nazveme *prioritním* vzhledem k režimu $\mathbf{t}'$.

Definice 2. Režim $\hat{\mathbf{t}}$ nazveme minimálním, jestliže $\hat{\mathbf{t}}$ je prioritním vzhledem ke všem režimům, tj. platí:

$$\hat{\mathbf{t}} \leq \mathbf{t} \text{ pro } \mathbf{t} \in \mathbf{T}.$$

Tvrzení 2. Existuje jediný minimální režim $\hat{\mathbf{t}}$.

Platí

$$\hat{\mathbf{t}} = \inf \mathbf{T}$$

3° Pokusíme se o určité obrácení tvrzení 1.

Budiž $R_n = \{(t_1, \dots, t_n) \mid -\infty \leq t_i \leq +\infty\}$, t_i interpretujeme jako čas.

Uvažujme neprázdnou množinu $\mathbf{T}$ vektorů, $\mathbf{T} \subset R_n$. Položíme si otázku: Kdy existuje proces (3) tak, že $\mathbf{T}$ je množinou všech režimů procesu (3)? Uvedeme jednu postačující podmínku:

Tvrzení 3. Nechť množina $\mathbf{T}$ splňuje tyto dvě podmínky:

(a) Je-li $\emptyset \neq \mathbf{T}' \subset \mathbf{T}$, potom existuje $\inf \mathbf{T}' \in \mathbf{T}$

Infimem nazýváme takový vektor $\mathbf{t} \in \mathbf{T}$ pro který platí:

1. $\mathbf{t} \leq \mathbf{t}'$ pro $\mathbf{t}' \in \mathbf{T}'$,

2. Jestliže $\mathbf{t}_0 \leq \mathbf{t}'$ pro $\mathbf{t}' \in \mathbf{T}'$,

potom

$$\mathbf{t}_0 \leq \mathbf{t}.$$

(b) Je-li $\mathbf{t} \notin \mathbf{T}$, potom existuje $\mathbf{t}' \in \mathbf{T}$, $\mathbf{t}' \geq \mathbf{t}$

(Poznámka 1: Podmínku (b) lze snadno splnit adjunkcí maximálního elementu $(+\infty, +\infty, \dots, +\infty)$ k $\mathbf{T}$.)

Potom existuje proces (3) tak, že platí

$$\mathbf{T} = \{\mathbf{t} \mid \mathbf{t} \geq \mathbf{F}(\mathbf{t})\}$$

Důkaz: Položme $\mathbf{F}(\mathbf{t}) = \inf \{\mathbf{t}' \mid \mathbf{t}' \geq \mathbf{t}, \mathbf{t}' \in \mathbf{T}\}$. $\mathbf{F}(\mathbf{t})$ je zřejmě monotonní a platí

$$\mathbf{F}(\mathbf{t}) = \mathbf{t} \text{ jestliže } \mathbf{t} \in \mathbf{T}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{t}) \neq \mathbf{t}, \mathbf{F}(\mathbf{t}) \geq \mathbf{t} \text{ pro } \mathbf{t} \notin \mathbf{T}.$$

V tvrzení 3 jsme předpokládali mimo jiné, že je splněna podmínka (b), která zaručuje ke každému vektoru $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ existenci horní hranice $\mathbf{t}' = (t'_1, \dots, t'_n)$, přičemž $\mathbf{t}' \in T$ (viz též pozn. 1). Ukážeme, že se lze apriori omezit na jistou užší množinu vektorů $\mathbf{t}$ než je R_n , tak, že platí tvrzení 3 bez předpokladu b).

Označme T^- množinu vektorů $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$, pro které existuje vektor $\mathbf{t}' \in T$, $\mathbf{t}' \geq \mathbf{t}$:

$$T^- = \{\mathbf{t} \mid \exists \mathbf{t}' [(\mathbf{t}' \geq \mathbf{t}) \& (\mathbf{t}' \in T)]\}$$

Zřejmě platí $T \subset T^-$.

Tvrzení 4. Jestliže množina T splňuje předpoklad a) ze tvrzení 3, potom existuje systém funkcí $F = (F_1, \dots, F_n)$ tak, že platí:

Jestliže $\mathbf{t} \in T^- - T$, potom $\mathbf{t} \leq F(\mathbf{t})$, $\mathbf{t} \neq F(\mathbf{t})$

Jestliže $\mathbf{t} \in T$, potom $\mathbf{t} = F(\mathbf{t})$.

Důkaz je analogický důkazu tvrzení 3.

Poznámka 2. Vektory, které neleží v T^- nemohu ležet ani v T . Odtud je patrné, že se můžeme omezit na množinu T^- , jak je ukázáno ve tvrzení 4.

V předloženém modelu jsme matematicky formulovali charakteristické rysy časových režimů složitých procesů uvažované třídy. Procesy jsou realizovány soustavou elementů — v našem případě jsou elementy společenské, správněpolitické a ekonomické útvary. Model je v jistém smyslu obecnější než užívané metody CPM, PERT, apod., protože počítá se zpětnou vazbou na rozdíl od těchto modelů. Je ukázáno, že časové režimy, při kterých může proces probíhat, tvoří polosvaz ve smyslu částečného uspořádání vektorů po souřadnicích. Dále je ukázáno, že pro každý proces z uvažované třídy procesů existuje režim, který je časově výhodnější než všechny ostatní režimy.

Model ukazuje, jak dosahovat při plánování a řízení uvažovaných procesů časově optimálních variant. Přitom model lze kombinovat se známými metodami nákladové (finanční, materiálové aj.) optimalizace procesů plánování a řízení.

Další rozpracování modelu (až do numerického řešení) je ovšem v přesně uvedeném smyslu závislé na empirických údajích z jednotlivých zkoumaných procesů plánování a řízení. Aby řízení podle navrhovaného modelu bylo dynamické, tj. efektivně se v něm realizovala zpětná vazba mezi skutečnou realizací procesu a jeho projektem, zpravidla to bude předpokládat používání samočinných počítačů případně i analogových počítačů.

**Proposal of exact pattern of planning and direction with a view
to reciprocal liaison**

SUMMARY

We do propose in this article the exact pattern of planning and direction together with an effective application of the reciprocal liaison in respect both of the actual realization of processes and their projects. In terms of this pattern the conditions for the determination of the best variants of the respective, directed processes are formulated. The complicate processes need be divided in partial operations, linked one to another, which are necessary for the achievement of the aims of the process. As for the partial operations, the explicit functions determining the time dependence of the partial operation on the time within which the preceding operations have run through must be affiliated—in an accurate manner and on the basis of a good knowledge of the actual course of the process—with such partial operations. The pattern thus compiled is more general than those like CPM, PERT and patterns governing decision processes as it also describes the reciprocal liaison.

The method which will result from the volume of processing, and which could be effectuated by means of automatic calculators, might be combined with the methods of optimisation the financial costs incurring in connection with the complicate processes of direction and planning.